

文章编号: 1000-7598 (2014) 09-2448-08

基于矢量匹配-劳斯法的群桩阻抗改进模型

赵 宏^{1,2}, 高广运^{1,2}, 姜 洲^{1,2}

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 采用薄层法算出群桩基础的频域阻抗, 将群桩阻抗等效于一个单输入单输出系统, 并表示为一个复数的频域传递函数。基于矢量匹配法 (VF 法), 通过对传递函数拟合得到任意分层地基的群桩阻抗函数的集总参数形式。采用 VF 法对整体频域拟合, 可以得到多项分式形式阻抗形式, 进而扩展成为 Wu-Lee 模型。结果表明, VF 法拟合得到的动力柔度函数可以精确地匹配分层地基动力柔度函数, 由于多项分式的形式可以直接扩展成为 Wu-Lee 集总参数模型, 且数值稳定。对于高频阻抗拟合需要采用高阶数, 进行劳斯 (Routh) 降阶, 得到较好的效果。

关 键 词: 矢量匹配法 (VF 法); 群桩; 阻抗; 薄层法; 集总参数模型

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

An improved model for dynamic impedance of pile groups based on vector fitting-Routh method

ZHAO Hong^{1,2}, GAO Guang-yun^{1,2}, JIANG Zhou^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The dynamic impedance of pile groups in the frequency domain is computed by thin layer method. It is represented by the complex transfer function in the frequency domain as single input and single output system. The fitting of complex transfer function is proposed through the vector fitting method (VF method), so as to obtain the lumped-parameter model for pile groups in layered ground. The dynamic impedance of partial-fraction expansion type can be obtained by VF method; it fits over the whole frequency range, which is easily converted to the Wu-Lee model. It is shown that the lumped-parameter model by the VF method is accurately to match the dynamic impedance of pile groups in layered ground. Due to its partial-fraction expansion type, the expression can be conveniently transferred into the Wu-Lee model; and the fitting is numerically stable. The number of terms for the partial-fraction expansion is big when the dynamic impedance for the high frequency is needed to fit. The reduced order method called the Routh method is introduced to make the order reduced, and it is shown the result for the reduction is good.

Key words: vector fitting method (VF method); pile groups; dynamic impedance; thin layer method; lumped-parameter model

1 引 言

由于土体的非线性、地基的无界性、接触面的非线性等复杂特性,土-结构的动力分析一直是岩土工程师、结构工程师研究的热点。考虑到土-结构动力相互作用必须从单一结构或地基扩展到结构-基础-地基整体分析,传统的分析土-结构动力相互作用方法主要有子结构法、整体法^[1-3]。有限元数值等整体建模方法计算量庞大,子结构法能够对地基、结构分别考虑适合的方法,应用灵活。

子结构分析中的关键就是地基阻抗。地基阻抗的研究主要包括集总参数模型、弹性半空间模型、有限元和边界元等^[4],集总参数模型物理意义不明确,但由于需要的未知数少,且质-弹-阻的系数与频率不关联,其方法简单而应用广泛。弹性半空间理论模型逻辑推导严密,但只适用于土质均匀的情况,对于分层地基较难得到理想的结果,对于基础形式复杂的群桩基础也难以得到较满意效果^[2]。有限元、边界元、薄层法等数值方法适应性较强且精度高,但复杂的计算过程使其工程实用性大大降低。

收稿日期: 2013-04-20

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 51178342)。

第一作者简介: 赵宏,男,1984年生,博士研究生,主要从事土动力学与桩基础方面的研究。E-mail: didazhaohong@163.com

群桩基础的阻抗计算模型分为基于有限元等整体建模的数值计算的整体法以及基于单桩文克尔模型相互作用因子的方法^[5]。有限元和边界元数值模型虽然较为精确,但计算量大^[6]。

Wu 等^[7]提出了基于连分式的嵌套集总参数模型。Wolf^[8-9]提出了基于多项分式的集总参数阻抗模型,表示为刚度-阻尼的模型。Wu 等^[10-11]提出了简化的集总参数模型,模型由多个质量-弹簧-阻尼组成。Wu 等^[12]基于多项分式扩展提出了可扩展的无质量的集总参数模型和两种基本的离散单元模型,任意集总参数模型可以基于这两种模型扩展。栾茂田^[13]和刘志久^[14]等也提出了集总模型,但其适用性稍差,且不可扩展,模型物理意义不明确。Safak^[15]将基础阻抗方程等效为一个信号系统的频域传递函数,对差分方程进行 Z 变换得到系统的频域传递函数,并利用非线性最小二乘法迭代得到时域方程系数。赵建锋等^[16]计算了地基阻抗力时域计算方法,并编制了相应的算法程序。刘伟庆等^[17]基于薄层法和扩展的复数 Chebyshev 多项式拟合了群桩基础的集总参数阻抗模型,但对于复数的处理过程复杂,并且拟合的集总参数模型需要计算展开成多项分式才可扩展集总参数模型。

文献[17]是通过薄层法计算出的群桩阻抗,用复数 Chebyshev 多项式比值的形式进行拟合,进而扩展得到 Wu-Lee 集总参数模型^[12],但文献[17]拟合得到的结果是复数多项式比值形式,需扩展成 Wu-Lee 模型并对其展开成多项分式形式,易造成数值不稳定,而且 Chebyshev 多项式扩展过程也比较复杂。本文基于薄层法获得阻抗的基本解,通过群桩阻抗等效于一个单输入单输出系统,进而表示为一个复数的频域传递函数,基于矢量匹配法(vector fitting method, 简称 VF 法)对传递函数拟合得到任意分层地基的群桩阻抗函数的集总参数形式,拟合精度高。由于是基于 Wu-Lee 模型的多项分式进行拟合,因此,不需要对拟合的有理函数拆分成多项分式,进而直接扩展成为 Wu-Lee 集总参数模型,由于 VF 法是基于极点迭代匹配,因此数值稳定。对于高阶传递函数阻抗形式需要阶数较高,可以对传递函数进行 Routh 降阶,结果表明效果较好。

2 薄层法计算分层地基阻抗

2.1 薄层法基本原理

如图 1 所示,薄层法是一种半解析半数值方法。对波动微分方程进行竖向有限元离散,将土层划分为有限个薄层,而在水平坐标方向进行解析求解。

薄层法基本方程^[1]为

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\kappa^2 \begin{bmatrix} A_p \\ A_s \end{bmatrix} + \kappa \begin{bmatrix} -B^T \\ -B \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} E_s \\ E_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_1\} \\ \{u_3\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\sigma_1\} \\ \{\sigma_3\} \end{Bmatrix} \\ & (\kappa^2 [A_s] + [E_s]) \{u_2\} = \{\sigma_2\} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: $[E_s] = [G_s] - \omega^2 [M]$; $[E_p] = [G_p] - \omega^2 [M]$; $\kappa = \omega/c$, 为波数; ω 为圆频率; c 为波速; u_1 、 u_2 、 u_3 为 x 、 y 、 z 方向的位移; σ_1 、 σ_2 、 σ_3 为 x 、 y 、 z 方向的应力; 式(1)中的其他变量为系数矩阵。

当薄层竖向离散采用二次插值时,分块系数矩阵为^[1]

$$\left\{ \begin{aligned} [A_s]^e &= \frac{G_l h_l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \\ [M]^e &= \frac{\rho h_l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \\ [G_s]^e &= \frac{\rho h_l}{30} \begin{bmatrix} 7 & 8 & -1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \\ [G_p]^e &= \frac{(\lambda + 2G)_l}{3h_l} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \\ [A_p]^e &= \frac{(\lambda + 2G)_l h_l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \\ [B]^e &= \begin{bmatrix} \frac{-(\lambda - G)_l}{2} & \frac{2(\lambda + G)_l}{3} & \frac{-(\lambda + G)_l}{6} \\ -\frac{2(\lambda + G)_l}{3} & 0 & \frac{2(\lambda + G)_l}{3} \\ \frac{(\lambda + G)_l}{6} & -\frac{2(\lambda + G)_l}{3} & \frac{\lambda_l - G_l}{2} \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

式中: G_l 、 λ_l 分别为第 l 层的剪切模量和拉梅常数; h_l 为第 l 层的厚度; ρ 为密度。

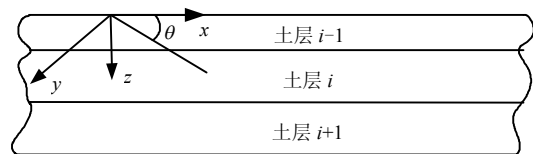


图 1 薄层法基本原理

Fig.1 Fundamental principle of thin layer method

2.2 薄层法计算群桩阻抗

蒋通等^[1, 23]基于薄层法研究了群桩基础的阻抗矩阵:

$$[S(i\omega)] = [A(i\omega)]^{-1} + ([K_F] - [K_F^G]) - \omega^2([M_F] - [M_F^G]) \quad (3)$$

式中: $[A(i\omega)]$ 为由薄层法求出的层状弹性半空间中地基节点群柔度矩阵; $[K_F]$ 、 $[M_F]$ 分别为基础的刚度和质量矩阵; $[K_F^G]$ 、 $[M_F^G]$ 分别为与基础等体积排土桩的刚度与质量矩阵。

对于承台群桩基础阻抗, 有

$$\left. \begin{aligned} [K_F] &= \begin{bmatrix} [k_B] & 0 \\ 0 & [k_p] \end{bmatrix} \\ [M_F] &= \begin{bmatrix} [m_B] & 0 \\ 0 & [m_p] \end{bmatrix} \\ [K_F^G] &= \begin{bmatrix} [k_B^G] & 0 \\ 0 & [k_p^G] \end{bmatrix} \\ [M_F^G] &= \begin{bmatrix} [m_B^G] & 0 \\ 0 & [m_p^G] \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $[k_p]$ 、 $[m_p]$ 分别为桩的刚度和质量矩阵; $[k_p^G]$ 、 $[m_p^G]$ 分别为与桩同体积排土桩的刚度和质量矩阵; $[k_B]$ 、 $[m_B]$ 为承台刚度及质量矩阵; $[k_B^G]$ 、 $[m_B^G]$ 分别为与承台同体积的排土承台的刚度和质量矩阵。

将节点群分成基础刚体部分包含承台节点及群桩基础桩头节点群、桩身节点两部分, 分别建立节点激振力与位移矩阵方程:

$$\{P\} = [R(i\omega)]\{U\} \quad (5)$$

式中: $\{P\}$ 为节点激振荷载; $[R(i\omega)]$ 为节点动力刚度矩阵; $\{U\}$ 为节点位移; $i = \sqrt{-1}$, 为复数单位。

基础阻抗函数 $[K]$ 可以表示为

$$[K] = [T]^T [R(i\omega)] [T] = \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HR} & 0 \\ K_{RH} & K_{RR} & 0 \\ 0 & 0 & K_{VV} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $[T]$ 为基础刚体节点位移与刚体位移关系的几何变换矩阵; K_{HH} 、 K_{RR} 、 K_{VV} 分别为基础水平、回转和竖向阻抗函数; K_{HR} 和 K_{RH} 均为水平回转耦合项。

3 基于 VF 法的群桩阻抗优化模型

3.1 阻抗函数与柔度函数

地基基础可以等效成质量-弹簧-阻尼无限自由度模型, 基础在单位脉冲力作用下位移可以表示成

卷积形式:

$$y(t) = \int_{\tau=0}^{\infty} g(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (7)$$

式中: $g(\tau)d\tau$ 为输入单位动荷载的动力响应; $h(t-\tau)$ 为单位脉冲响应函数, 根据线性时不变系统 (linear time-invariant system, 简称 LTI 系统) 时域分析的卷积理论和傅立叶变换的卷积定理等信号知识可知, 系统满足 LTI 系统的特性, 因此, 可以将地基与基础看成一个 LTI 系统滤波器, 则激励荷载 $x(t)$ 与输出位移 $y(t)$ 之间可以表示为 n 阶的微分方程:

$$b_n y^{(n)} + b_{n-1} y^{(n-1)} + b_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + b_1 y' + b_0 y = a_m x^{(m)} + a_{m-1} x^{(m-1)} + a_{m-2} x^{(m-2)} + \dots + a_1 x' + a_0 x \quad (8)$$

式中: $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$ 均为常数, $m \geq n$ 。

对式 (8) 进行 Laplace 变换得

$$Y(s) = G(s)X(s), \text{ 或者 } G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (9)$$

则有

$$G(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (10)$$

式中: $s = i\omega$, $X(s)$ 、 $Y(s)$ 分别为 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的 Laplace 变换。系统的参数识别可由薄层法算出的群桩阻抗确定。由式 (10) 得到的为一复数, 可以表示为

$$G(s) = g + fs \quad (11)$$

基础阻抗函数是与频率相关的函数, 地基阻抗函数是在频率域上的动激振力与地基动位移的比值, 地基阻抗可以表示为频域上的复函数形式:

$$K(\omega) = K_s[k(\omega) + ia_0 c(\omega)] = K(s) \quad (12)$$

式中: K_s 为地基的静刚度; $k(\omega)$ 以及 $c(\omega)$ 分别为地基的刚度矩阵和阻尼矩阵。

地基柔度函数 $C(\omega)$ 为阻抗函数的倒数, 为地基动位移与动荷载之间的比值:

$$C(\omega) = \frac{1}{K_s[k(\omega) + ia_0 c(\omega)]} = C(s) \quad (13)$$

式 (11)、(13) 具有相同的表述形式, $C(s)$ 为

$$C(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} \quad (14)$$

由于地基无限域特性导致地基振动模态丰富, $C(s)$ 用有限的自由度考虑丰富的模态成为十分复

杂的问题。地基动柔度 $C(s)$ 是一个多自由度单输入单输出系统, 地基模态成分的丰富性, 可以通过薄层法计算获得阻抗数据, 只要对式 (14) 中的系数进行参数识别即可。对于式 (14) 中的参数识别, 一般都是通过线性最小二乘法来获得^[18-20], 存在数值阶数过高以及数值不稳定等问题。

根据有理函数的性质^[21], 可将式 (14) 中 $C(s)$ 表示为

$$C(s) \approx \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{s - a_i} \quad (15)$$

式中: A_i 和 a_i 为复数, 分别为留数和极点。

由薄层法计算的柔度函数, 通过参数识别得到式 (14) 的参数, 将式 (14) 分解为式 (15) 后存在极点 a_i 可能落在 s 域的左半开平面, 这是一个不稳定的系统^[21], 数值出现不稳定。但本文计算模型通过直接拟合式 (15) 中的地基动柔度, 进而得到分层地基群桩阻抗的集总参数模型, 上述模型系统的不稳定可通过计算迭代 a_i 消除。

式 (15) 即为本文采用的阻抗模型, 可通过拟合地基的动柔度得到地基的阻抗模型, 其参数识别通过薄层法获得, 识别方法通过 VF 法, 该方法的优势在于直接拟合式 (15), 而不是拟合式 (14), 继而计算式 (14) 的分母获得极点。直接拟合式 (15) 得到的阻抗非常稳定, 可以拟合高阶的分子、分母多项式。

3.2 VF 法基本原理

VF 法^[22]是一种高效、稳定的拟合多项式分式的方法, 在电路信号滤波器拟合中应用广泛, 可以拟合高阶宽频带的平滑或者有共振峰值的曲线。另外, VF 法拟合分式多项式, 可以变换非线性问题为线性问题, 通过最小二乘法方程组寻找最优解。

VF 法通过有理函数近似拟合频率传递函数 $f(s)$, 采用部分分式和的形式逼近 $f(s)$:

$$f(s) \approx \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{s - a_i} + d + e \quad (16)$$

式中: d 和 e 为实数, A_i 和 a_i 为复数, 分别为留数和极点。通过设置初始极点 a_i 的办法实现拟合的未知量的线性化, 这样未知系数就是只有 A_i 、 d 、 e 通过线性最小二乘法实现极点重定位, 获得修正的极点, d 、 e 可选择, 本文都取为 0。极点要设置在需要拟合的频率范围内, 拟合阶数为初始点个数:

$$f(s) = \frac{(\sigma f)_{\text{fit}}(s)}{\sigma_{\text{fit}}(s)} = \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)} \quad (17)$$

通过不断修正极点 a_i 得到最终极点。再由最终极点得到多项分式的留数。 $f(s)$ 极点的确定是通过引进一个随频率变化的与 $f(s)$ 同极点的函数, 通过 $\sigma_{\text{fit}}(s)$ 的零点匹配 $f(s)$ 的极点, 采用最小二乘法不断地重定位极点。新极点确定后再确定未知留数。

对于初始极点的选择, 必须包含共轭复数, 否则会造成数值不稳定:

$$a_n = -\alpha + j\beta, \quad a_{n+1} = -\alpha - j\beta \quad (18)$$

式中: $\alpha = \beta/100$ 。

从式 (18) 可以看出, a_i 实部设置为 $-\alpha$, 可以保证拟合系统的稳定性。这是 VF 法较其他拟合方法更优越的地方。

3.3 VF 法拟合层状地基阻抗

基于 VF 法进行 Matlab 编程拟合得到的地基动柔度形如式 (15), 拟合时可通过增加多项分式的项数达到高精度, 而不需考虑式 (14) 拟合导致的数值不稳定, 再将式 (15) 直接扩展成为文献[11]的 Wu-Lee 集总参数模型即可。

承台群桩基础的数据引自文献[1]第 9.3 节, 承台尺寸为 4.4 m×4.4 m×4.0 m, 群桩采用 2×2 群桩, 单桩直径为 0.6 m, 桩长为 7.5 m, 桩间距 $s=2.2$ m。桩材密度为 2 500 kg/m³, 泊松比为 0.15, 弹性模量为 24 GPa。层状地基参数见表 1。

表 1 层状地基参数

Table 1 Parameters for layered ground

层号	厚度 / m	剪切波速 V_s /(m/s)	质量密度 P_s /(kg/m ³)	泊松比 ν_s	阻尼比 $h_s/\%$
1	0.5	95	1 850	0.19	3.0
2	2.5	145	1 850	0.34	3.0
3	0.3	144	1 800	0.21	2.0
4	1.6	200	1 800	0.18	2.0
5	1.6	256	1 800	0.29	2.0
6	3.4	256	1 800	0.43	2.0
7	∞	510	1 750	0.46	1.0

采用 VF 法拟合群桩地基阻抗, 取阶数 $N=10$, 则得到拟合水平向、回转、竖向阻抗的结果如图 2~4 所示。

本文拟合的动柔度函数可以直接展开成式 (15) 形式, 式中的系数可以通过拟合计算得到:

$$f(s) \approx \sum_{i=1}^{N=10} \frac{A_i}{s - a_i} \quad (19)$$

当群桩承受高频振动时, 阻抗可能出现较大波动, 需要拟合的阶数变多。阶数越多, 拟合精度越高。图 5、6 为在承受高频段时的阻抗图, 可以看出, 在低频段 $N=60$ 时, 拟合精度已较高, 但在高频处

拟合效果较差,因此,拟合高频部分需要增加阶数。图6为 $N=70$ 时的拟合效果图,可以看出,拟合效果较好。由此只要拟合阶数足够多,就可达较高精度要求。因此,当阻抗波动较大时,需扩大拟合阶数,特别是在高频段。

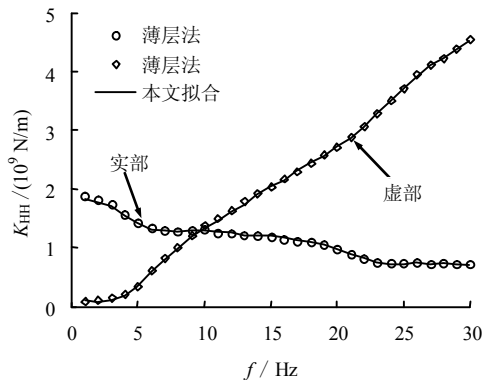


图2 水平向阻抗 VF 拟合
Fig.2 VF fitting for horizontal dynamic impedance

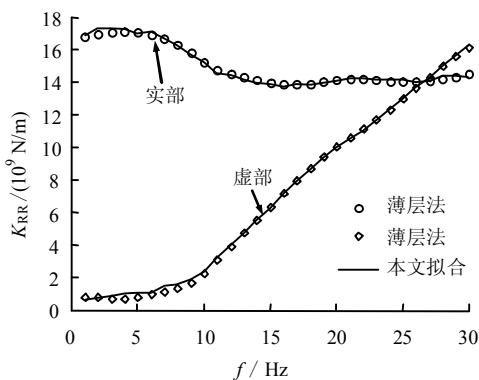


图3 回转阻抗 VF 拟合
Fig.3 VF fitting for rotary dynamic impedance

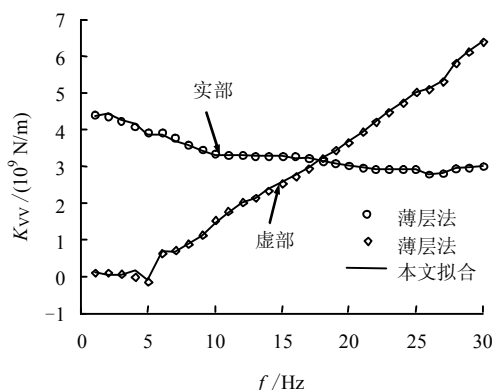


图4 竖向阻抗 VF 拟合
Fig.4 VF fitting for vertical dynamic impedance

3.4 降阶模型的考虑

整体阻抗函数的建立包括高频段的阻抗拟合,因此,需要的阶数较多,而一般的群桩阻抗可以根据需要,选择关键频段进行筛选拟合。具体建模时,可以根据实际需要拟合的大致频段范围进行拟合。

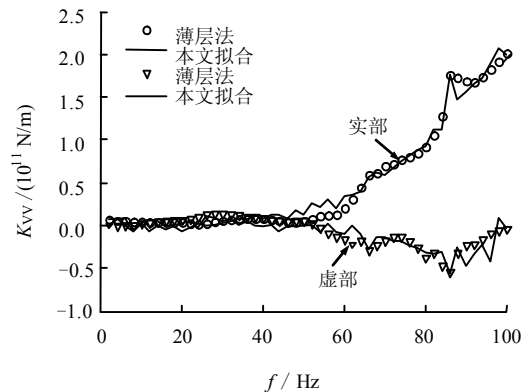


图5 高频群桩阻抗 VF 拟合图 ($N=60$)
Fig.5 VF fitting for dynamic impedance of pile groups at high frequencies ($N=60$)

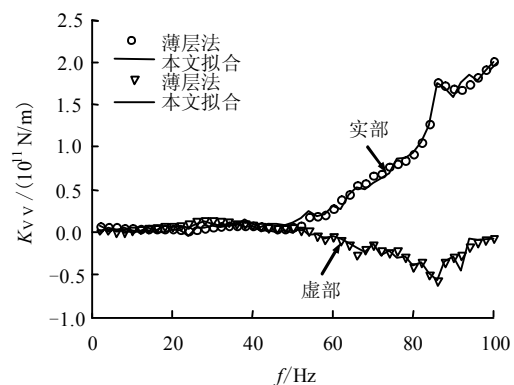


图6 高频群桩阻抗 VF 拟合图 ($N=70$)
Fig.6 VF fitting for dynamic impedance of pile groups at high frequencies ($N=70$)

对于高频段的拟合,需要采用降阶模型。模型降阶方法较多,其中 Pade 法计算量小,应用比较多,但 Pade 降阶存在一个问题,对一个系统进行频域传递函数变换后,系统函数可能出现数值不稳定。而 Routh 法计算量,最大的优点是原系统函数式稳定,变换后系统仍然稳定,本文采用该法。

式(16)确定的系数适用于高频段拟合,需要较多阶数,现将式(16)展开成式(14)形式,由文献[24],则式(14)的函数可表示为

$$K(s) = \beta_1 f_1(s) + \beta_2 f_1(s)f_2(s) + \dots + \beta_n f_1(s)f_2(s)\dots f_n(s) = \sum_{i=1}^n \beta_i \prod_{j=1}^i f_j(s) \quad (20)$$

其中:

$$f_k(s) = \frac{1}{\alpha_k s + \frac{1}{\alpha_{k+1} s + \frac{1}{\alpha_{k+2} s + \frac{1}{\dots \frac{1}{\alpha_n s}}}}} \quad (21)$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots, n)$$

式(20)即为 $\alpha-\beta$ 的展开式。构造 Routh 表^[25], 可以求出系数。截取式(20)中的前 k 项即可。

本文采用 Routh 理论进行系统降阶, 降阶后阶数约为 42 阶, 见图 7。

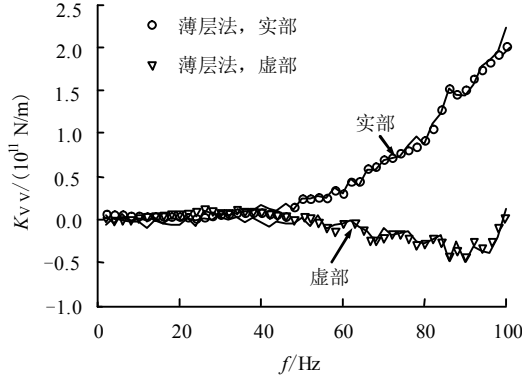


图7 高频群桩阻抗 Routh 近似图 ($N \approx 42$)

Fig.7 Routh approximation for dynamic impedance of pile groups at high frequencies ($N \approx 42$)

4 阻抗模型的建立

拟合后的式(16)可以表述为基于文献[12]的 Wu-Lee 模型, 如图 8 所示。

对式(14), 若拟合得到的解如式(18)形式, 如果 a_n 为整数, 则可以扩展为图 8(a)所示的一阶模型, 若 a_n 和 a_{n+1} 为共轭复数, 则扩展为图 8(b)的二阶模型。若共有 K 对共轭复数极点, $N-2K$ 个实数极点:

$$\left. \begin{aligned} a_{2n-1} &= -\alpha + j\beta \\ a_{2n} &= -\alpha - j\beta \\ n &= 1, 2, \dots, K \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

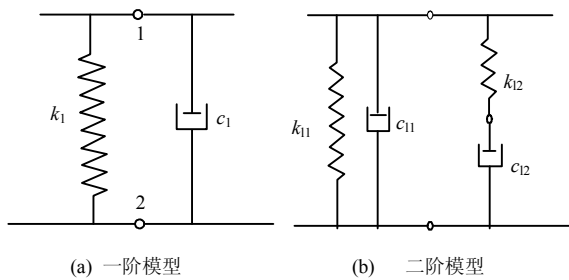


图8 Wu-Lee 两个基本离散模型

Fig.8 Two basic discrete models of Wu-Lee model

式(15)可以表述为

$$C(s) = \sum_{l=1}^K \frac{A_l}{s - a_{2l}} + \sum_{l=1}^K \frac{A_l}{s - a_{2l-1}} + \sum_{l=2K}^{N-2K} \frac{A_l}{s - a_l} \quad (23)$$

式(23)中前两项为 K 对共轭复数表示的动柔度函数项, 第3项为实数极点的动力柔度函数项。

将式(23)中的前两项合并得

$$C(s) = \sum_{l=1}^K \frac{g_{1l}s + g_{l0}}{s^2 + h_{1l}s + h_{l0}} + \sum_{l=2K+1}^N \frac{A_l}{s - a_l} \quad (24)$$

对于一阶模型, 易得动柔度函数为

$$C_1(\omega) = \frac{1}{i\omega c_l + k_l} = \frac{1}{c_l s + k_l} = \frac{A_l}{s - a_l} = \frac{1}{\frac{1}{A_l}s + \left(\frac{-a_l}{A_l}\right)} \quad (25)$$

得到一阶模型系数:

$$c_l = \frac{1}{A_l}, \quad k_l = \frac{-a_l}{A_l} \quad (26)$$

对于二阶模型, 对应式(24)中的第1项和图 8(b), 易得

$$\begin{aligned} C_2(\omega) &= \frac{1}{i\omega c_{l1} + k_{l1} + \frac{1}{\frac{1}{i\omega c_{l2}} + \frac{1}{k_{l2}}}} = \\ &= \frac{1}{c_{l1}s + k_{l1} + \frac{1}{\frac{1}{c_{l2}s} + \frac{1}{k_{l2}}}} = \frac{g_{1l}s + g_{l0}}{s^2 + h_{1l}s + h_{l0}} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{g_{1l}}s + \frac{h_{l0}}{g_{1l}} + \frac{1}{(h_{1l} - \frac{g_{l0}}{g_{1l}} - \frac{g_{1l}}{g_{10}}h_{l0}) \frac{g_{1l}}{g_{10}}s + \frac{g_{1l}}{g_{10}}h_{l0}}} = \end{aligned} \quad (27)$$

二阶模型系数为

$$\left. \begin{aligned} c_{l1} &= \frac{1}{g_{1l}} \\ c_{l2} &= \frac{(h_{1l} - \frac{g_{l0}}{g_{1l}} - \frac{g_{1l}}{g_{10}}h_{l0})}{g_{10}} \\ k_{l1} &= \frac{h_{l0}}{g_{10}} \\ k_{l2} &= \frac{(h_{1l} - \frac{g_{l0}}{g_{1l}} - \frac{g_{1l}}{g_{10}}h_{l0})}{g_{1l}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

5 结 论

(1) 通过对阻抗模型采用薄层法得到的阻抗数据, 用 VF 法进行拟合得到集总参数模型阻抗, 拟合效果好, 采用较少的阶数即得到较好的结果。

(2) 基于 VF 法拟合的结果是多项分式形式,

为留数与极点形式,可以直接展开成 Wu-Lee 两个基本模型,这是其他传递函数拟合不具备的特点,而且通过极点匹配,数值稳定。

(3) 通过 VF 拟合得到的动力柔度函数可以扩展成 Wu-Lee 基本模型,本文得到了集总参数模型的两个基本模型系数。

(4) 对于高频群桩阻抗,拟合效果亦较好,但是阶数较多时扩展成 Wu-Lee 模型有难度,需要采取模型降阶的方法,Routh 法效果较好。

参考文献

- [1] 蒋通,田治见宏.地基-结构动力相互作用分析方法——薄层法原理及应用[M].上海:同济大学出版社,2009.
- [2] 门玉明,黄义.土-结构动力相互作用问题的研究现状及展望[J].力学与实践,2000,22(4):1—7.
MEN Yu-ming, HUANG Yi. A review on dynamic soil-structure interaction research[J]. **Mechanics in Engineering**, 2000, 22(4): 1—7.
- [3] 肖晓春,林皋,迟世春.桩-土-结构动力相互作用的分析模型与方法[J].世界地震工程,2002,18(4):123—130.
XIAO Xiao-chun, LIN Gao, CHI Shi-chun. Analysis model and methods of pile-soil-structure dynamic interaction[J]. **World Earthquake Engineering**, 2002, 18(4): 123—130.
- [4] 严人觉,王贻荪,韩清宇.动力基础半空间理论[M].北京:中国建筑工业出版社,1981.
- [5] 刘林超,杨晓.地震作用下饱和土-桩-上部结构动力相互作用研究[J].岩土力学,2012,33(1):120—128.
LIU Lin-chao, YANG Xiao. Dynamic interaction of saturated soil-pile-structure system under seismic loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(1): 120—128.
- [6] 高广运,赵元一,高盟,等.分层土中群桩水平动力阻抗的改进计算[J].岩土力学,2010,31(2):509—515.
GAO Guang-yun, ZHAO Yuan-yi, GAO Meng, et al. Improved calculation for lateral dynamic impedance of pile groups in layered soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(2): 509—515.
- [7] WU W H, LEE W H. Nested lumped-parameter models for foundation vibrations[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2004, 33(9): 1051—1058.
- [8] WOLF J P. Consistent lumped-parameter models for unbounded soil: Physical representation[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1991, 20(1): 11—32.
- [9] WOLF J P. Consistent lumped-parameter models for unbounded soil: Frequency-independent stiffness, damping and mass matrices[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1991, 20(1): 33—41.
- [10] WU W H, CHEN C Y. Simple lumped-parameter models of foundation using mass-spring-dashpot oscillators[J]. **Journal of the Chinese Institute of Engineers**, 2001, 24(6): 681—697.
- [11] WU W H, CHEN C Y. Simplified soil-structure interaction analysis using efficient lumped-parameter models for soil[J]. **Journal of the Japanese Geotechnical Society of Soils and Foundations**, 2001, 42(6): 41—52.
- [12] WU W H, LEE W H. Systematic lumped-parameter models for foundations based on polynomial-fraction approximation[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2002, 31(7): 1383—1412.
- [13] 栾茂田,林皋.地基动力阻抗的双自由度集总参数模型[J].大连理工大学学报,1996,36(4):477—482.
LUAN Mao-tian, LIN Gao. 2-DOF lumped-parameter model of dynamic impedances of foundation soils[J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 1996, 36(4): 477—482.
- [14] 刘志久,尚守平,徐建,等.任意形状埋置基础的竖向振动复合集总参数模型[J].中南大学学报(自然科学版),2007,38(1):170—174.
LIU Zhi-jiu, SHANG Shou-ping, XU Jian, et al. Vertical composite lumped parameter model of arbitrarily shaped embedded foundations[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2007, 38(1): 170—174.
- [15] SAFAK E. Time-domain representation of frequency-dependent foundation impedance functions[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2006, 26(1): 65—70.
- [16] 赵建锋,杜修力.地基阻抗力时域递归参数的计算方法及程序实现[J].岩土工程学报,2008,30(1):34—40.
ZHAO Jian-feng, DU Xiu-li. Computation method and realization procedure for time-domain recursive parameters of ground resistance[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(1): 34—40.
- [17] 刘伟庆,王海,王曙光,等.群桩基础阻抗函数的集总参数模型研究[J].振动与冲击,2011,30(11):249—253, 259.
LIU Wei-qing, WANG Hai, WANG Shu-guang, et al. Lumped-parameter model of pile group impedance function[J]. **Journal of Vibration and Shock**, 2011, 30(11): 249—253, 259.